1. Одноканальная СМО с отказами представляет собой одну телефонную линию, на вход которой поступает простейший поток вызовов с интенсивностью X = 0,4 вызов/мин. Средняя продолжительность разговора tобсл = 3 мин; время разговора имеет показательное распределение. Найти финальные вероятности со стояний СМО: р0 и pn а также A, Q, Ротк, Сравнить пропускную способность СМО с номинальной, которая была бы, если бы раз говор длился в точности 3 мин, а заявки шли одна за другой регулярно, без перерывов.
2. Имеется одноканальная СМО с отказами. Поток заявок — простейший с интенсивностью X. Время обслуживания — не случайное и в точности равно to6c= 1 / X. Найти относительную и пропускную способность СМО в предельном стационарном режиме.
3. Железнодорожная сортировочная горка, на которую по дается простейший поток составов с интенсивностью X = 2 состава в час, представляет собой одноканальную СМО с неограниченной очередью. Время обслуживания (роспуска) состава на горке имеет показательное распределение со средним значением tобсл = 20 мин. Найти финальные вероятности состояний СМО, среднее число z составов, связанных с горкой, среднее число составов в очереди, среднее время tCOCT пребывания состава в СМО, среднее время tQ пребывания состава в очереди.
4. Условия предыдущей задачи усложняются тем, что в парке прибытия железнодорожной сортировочной горки могут нахоlиться одновременно не более трех составов (включая обслуживаемый). Если состав прибывает в момент, когда в парке прибытия уже находится три состава, он вынужден ожидать своей очереди на внешних путях. За один час пребывания состава на внешних путях станция платит штраф S руб. Определить средний суточный штраф, который придется уплатить за ожидание составов на внешних путях.
5. Автозаправочная станция (АЗС) имеет две колонки (п = 2); площадка возле нее допускает одновременное ожидание не более четырех автомобилей (L = 4). Поток автомобилей, прибывающих на станцию, простейший с интенсивностью X = 1 авт/мин. Время обслуживания автомобиля — показательное со средним значением to6c = 2 мин. Найти финальные вероятности состояний АЗС и ее характеристики: A, Q, POTK, A;, среднее число заявки в очереди, среднее время пребывания заявки в системе.
6. Имеется двухканальная простейшая СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью X = 4 заяв ки/ч. Среднее время обслуживания одной заявки t обсл = 0,8 ч. Каждая обслуженная заявка приносит доход S = 4 руб. Содержание каждого канала обходится 2 руб/ч. Решить: выгодно или невыгод но в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех?
7. Рассматривается простейшая СМО с практически неограниченным числом каналов (п —> оо). На вход СМО поступает поток заявок с интенсивностью X; интенсивность потока обслуживании (для одного канала) равна 1/tобсл. Найти финальные вероятности состояний СМО и среднее число занятых каналов к. 1/tобсл
8. Рассматривается одноканальная СМО с отказами; на ее вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью X. Время обслуживания — показательное с параметром Y = 1 / to6c. Работающий канал может время от времени выходить из строя (отказывать); поток отказов канала — простейший с интенсивностью X. Восстановление (ремонт) вышедшего из строя канала начинается мгновенно после его отказа; время ремонта — показательное с параметром R = 1 / tр . Заявка, которая обслуживалась в момент выхода канала из строя, покидает СМО необслуженной. Найти финальные вероятности состояний СМО: s0 — канал свободен; s1 — канал занят, исправен; s2 — канал ремонтируется и характеристики СМО: относительную и абсолютную пропускную способность системы
9. Условия задачи 8 повторяются, но с той разницей, что канал может выходить из строя и в неработающем состоянии (с интенсивностью у' < у).
10. Рассматривается простейшая одноканальная СМО с ограниченной очередью m = 2; работающий канал может иногда выходить из строя (отказывать). Заявка, которая обслуживается в момент отказа канала, становится в очередь, если в ней еще есть свободные места; если нет, она покидает СМО необслуженной. Интенсивность потока заявок X, потока обслуживании Y, потока отказов канала Z, потока восстановлений (ремонтов) R. Перечислить состояния СМО и найти для них финальные вероятности, характеристики эффективности СМО: относительную и абсолютную пропускные способности системы, среднее время пребывания заявки в системе X = 2, Y = 1, Z = 0,5, R = 1.
11. Подсчитать характеристики эффективности для простейшей одноканальной СМО с тремя местами в очереди (m = 3) при условиях: Х = 4 заявки/ч; to6c = 1 / (х = 0,5.2). ВЫЯСНИТЬ, как эти характеристики изменяются, если увеличить число мест в очереди до m = 4.
12. Система массового обслуживания — билетная касса с одним окошком (п = 1) и неограниченной очередью. В кассе продаются билеты в пункты А и В; пассажиров, желающих купить билет в пункт А, приходит в среднем трое за 20 мин, в пункт В — двое за 20 мин. Поток пассажиров можно считать простейшим. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 мин. Время обслуживания — показательное. Установить, существуют ли финальные вероятности состояний СМО и если да — вычислить первые три из них.Найти характеристики эффективности СМО.
13. Одноканальная СМО — ЭВМ, на которую поступают заявки. Поток заявок — простейший со средним интервалом между заявками t = 10 мин. Время обслуживания tобсл распределено по закону Эрланга 3-го порядка с математическим ожиданием to6c = 8 мин. Определить среднее число z заявок в СМО и среднее число F заявок в очереди, а также средние времена пребывания заявки в системе tсист и в очереди tQ.
14. Cистема массового обслуживания — магазин, в котором каждый покупатель проходит три фазы обслуживания: 1) выбор товара; 2) оплата3) получение товара. В магазин прибывает простейший поток покупателей с интенсивностью X = 45 чел/ч. В отделе выбора имеются четыре точки, занимая которые, покупатели могут самостоятельно выбирать и примерять товар. Среднее время примерки и выбора tx = 5 мин. Выбравший товар покупатель направляется в кассу, где вторично становится в очередь (касса в магазине одна). Среднее время оплаты товара в кассе t2 = 1 мин. После оплаты покупатель идет на контроль, где становится в новую очередь и получает покупку. На контроле работают три продавца; Определить показатели эффективности магазина. Дополнительно ответить на следующие вопросы: 1) В каком звене и как нужно улучшить обслуживание для того, чтобы сократить затраты времени покупателей?
15. Рассматривается простейшая двухканальная СМО с «не терпеливыми» заявками . Интенсивность потока заявок X = 3 заявки/ч; среднее время обслуживания одной заявки to6c = 1 /x = 1 ч; средний срок, в течение которого заявка «терпеливо» стоит в очереди, равен 0,5 ч. Подсчитать финальные вероятности состояний, ограничиваясь теми, которые не меньше 0,001. Найти характеристики эффективности СМО: абсолютную и относительную пропускные способности системы, среднее время пребывания заявки в системе, среднюю длину очереди.
16. Имеется п-канальная СМО с неограниченной очередью. На ее вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью X; время обслуживания — показательное с параметром Х. Обслуживание происходит без гарантии качества; с вероятностью р оно удовлетворяет заявку, а с вероятностью q = 1 — р — не удовлетворяет, и заявка обращается в СМО вторично и либо сразу обслуживается, если нет очереди, либо становится в очередь, если она есть. Ввести состояния СМО (нумеруя их по числу заявок в СМО); найти финальные вероятности состояний и характеристики эффективности СМО. Найти среднее число рекламаций, поданных в единицу времени, если каждая неудачно обслуженная заявка подает рекламацию с вероятностью R.
17. Оператор обслуживает n станков, которые время от времени отказывают (требуют наладки). Интенсивность потока отказов одного станка равна X. Если в момент отказа станка оператор свободен, он немедленно приступает к наладке; если нет — станок становится в очередь на наладку, поток отказов станка простейший, время наладки — показательное с параметром Y = 1 /to6c. Ввести состояния СМ О, нумеруя их по числу неисправных станков; найти финальные вероятности состояний СМО и следующие характеристики ее эффективности: А — среднее количество станков, ремонтируемое рабочим в единицу времени; w — среднее число неисправных станков; R — среднее число станков, ожидающих ремонта в очереди; Рзан — вероятность того, что оператор будет занят.
18. Имеется простейшая трехканальная СМО с неограниченной очередью. Интенсивность потока заявок X = 4 заявки/ч; среднее время обслуживания tобсл = 1 / X = 0,5 ч. Выгодно ли, имея в виду: 1) среднюю длину очереди, 2) среднее время пребывания заявки в очереди, 3) среднее время пребывания заявки в СМО, объединить все три канала в один, с втрое меньшим средним временем обслуживания?
19. Рассматривается система массового обслуживания — стоянка такси, на которую поступают простейший поток пассажиров с интенсивностью X и простейший поток автомобилей с интенсивностью Y. Пассажиры образуют очередь, которая уменьшается на единицу, когда к стоянке подходит автомобиль. В случае, если на стоянке нет пассажиров, в очередь становятся автомобили. Число мест для автомобилей на стоянке ограничено (равно R); число мест в очереди для пассажиров также ограничено (равно I). Все потоки событий — простейшие. Посадка производится мгновенно. Построить граф состояний СМО, найти финальные вероятности состояний, среднюю длину очереди пассажиров, среднюю длину очереди автомобилей, среднее время пребывания в очереди пассажира, среднее время пребывания в очереди такси и посмотреть, как эти характеристики изменятся при неограниченной очереди пассажиров и машин.
20. В столовой самообслуживания имеется один раздаточный пункт, на котором отпускаются как первые, так и вторые блюда. Поток посетителей столовой — простейший с интенсивностью X; на отпуск как первого, так и второго блюда идет случайное время, распределенное по показательному закону с одним и тем же параметром р. Некоторые посетители берут и первое, и второе (доля таких посетителей равна q), другие — только второе (доля 1 — q). Найти: 1) условия, при которых существует устойчивый, стационарный режим работы столовой; 2) среднюю длину очереди и среднее время пребывания посетителей в столовой, если посетитель съедает одно блюдо в среднем за время t, а два блюда — за время 2t.
21. Пример простейшей СМО с отказами и с приоритетом. Имеется двухканальная СМО с отказами, на которую поступают два простейших потока заявок: первый (I) с интенсивностью X1 и второй (II) с интенсивностью Х2 (будем кратко называть их «заявки I» и «заявки II»). Заявки I имеют перед заявками II приоритет, состоящий в следующем: если заявка I приходит в момент, когда все каналы заняты и хотя бы один из них обслуживает заявку II, то пришедшая заявка I «вытесняет» из обслуживания заявку II, становится на ее место, а та покидает СМО необслуженной. Если заявка I приходит в момент, когда все каналы заняты обслуживанием заявок I, то она получает отказ и покидает СМО. Заявка II получает отказ, если она приходит в момент, когда заняты оба канала (безразлично какими заявками). Построить размеченный граф состояний СМО, нумеруя со стояния двумя индексами (r, j); первый указывает число заявок I, второй — число заявок II, находящихся в системе. Найти следующие характеристики эффективности СМО: вероятности отказа для заявок первого и второго типов, среднее число обслуженных заявок каждого типа в единицу времени, среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок.
22. Имеется одноканальная СМО с двумя местами в очереди (R = 2). На вход СМО поступают два простейших потока заявок I и II с интенсивностями Х1 и Х2. Времена обслуживания — показательные с параметрами. Заявка I, прибывшая в СМО, «вытесняет» заявку II, если она обслуживается, и занимает место в очереди перед ней, если она стоит в очереди. «Вытесненная» заявка II по кидает СМО необслуженной, если в очереди уже нет мест, и становится в очередь, если места есть. Нумеруя состояния СМО двумя индексами г, j соответственно числу заявок I и II, находящихся в СМО, построить размеченный граф состояний СМО и написать уравнения для финальных вероятностей состояний. Определить: вероятности обслуживания заявок каждого типа, среднее время пребывания заявки в системе, среднее время пребывания в очереди любой заявки.
23. На вход n-канальной СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью X. Время обслуживания — показательное с параметром Y. Перед тем как начать обслуживание заявки, канал дол жен подготовиться («разогреться»). Время «разогрева» Траз имеет показательное распределение с параметром Z и не зависит от того, как давно канал прекратил работу. Заявка, заставшая канал свободным, «занимает» его и ждет, пока он разогреется, после чего поступает на обслуживание. Заявка, заставшая все каналы занятыми (обслуживаемой или ожидающей заявкой), покидает СМО и остается необслуженной. Найти финальные вероятности СМО и характеристики ее эффективности: вероятность отказа Ротк, относительную пропускную способность Q, абсолютную пропускную способность, среднее число занятых каналов к.
24. Простейшая одноканальная СМО с очередью и «разогревом» канала. На одноканальную СМО с неограниченной очередью поступает простейший поток заявок с интенсивностью X. Время обслуживания — показательное с параметром X. Перед тем как приступить к обслуживанию заявки, свободный до того канал должен «разогреться». Время «разогрева» — показательное с параметром Z и не зависит от того, как давно канал закончил работу. Если обслуживание начинается сразу же после окончания обслуживания предыдущей заявки, «разогрева» не нужно. Составить граф состояний СМО и определить финальные вероятностей состояний, характеристики эффективности СМО: средние числа заявок в системе и в очереди, средние времена пребывания заявок в системе и в очереди.
25. Имеется одноканальная СМО с очередью, ограниченной числом мест R = 2. На вход СМО поступает простейший по ток заявок с интенсивностью X. Время обслуживания распределено по обобщенному закону Эрланга с параметрами k, X2. Найти вероятности состояний СМО и характеристики эффективности СМО.
26. Простейшая СМО без очереди с неограниченной взаимопомощью между каналами. На n-канальную СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью X. Каналы работают со «взаимопомощью» — если в момент обслуживания очередной за явки в СМО есть свободные каналы, то все они подключаются к обслуживанию данной заявки. Интенсивность простейшего потока обслуживании заявки есть некоторая функция Y = ф (к) от числа к каналов, одновременно обслуживающих ее. Построить граф состояний СМО и найти финальные вероятности состояний. Выразить через них характеристики эффективности СМО. Сравнить их с теми же характеристиками в случае отсутствия взаимопомощи между каналами.
27. Простейшая СМО без очереди с равномерной взаимопомощью между каналами. Имеется простейшая n-канальная СМО с отказами, на которую поступает поток заявок с интенсивностью X. Между каналами осуществляется взаимопомощь, но не объединением всех каналов в один, как в предыдущем примере, а так называемая «равномерная» организованная следующим образом. Если заявка приходит в момент, когда все п каналов свободны, то все каналы принимаются за ее обслуживание; если в момент обслуживания заявки приходит еще одна, часть каналов переключается на ее обслуживание; если, пока обслуживаются эти две заявки, приходит еще заявка, часть каналов переключается на ее обслуживание и т.д., пока не окажутся занятыми все п каналов; если они все заняты, вновь пришедшая заявка получает отказ. Функция ф(k) = k\Y т.е. обслуживание к каналами в к раз быстрее обслуживания одним каналом. Составить размеченный граф состояний СМО, определить финальные вероятности состояний и характеристики эффективности. Сравнить с характеристиками эффективности для системы без взаимопомощи.
28. Для простейшей трехканальной СМО с отказами и пара метрами: X = 4 заявки/мин, среднее время обслуживания заявки одним каналом 1 /Y == 0,5 мин, интенсивность обслуживания заявки к каналами Ф{k) = к\Y, определить характеристики эффективности СМО для трех вариантов использования: 1) при отсутствии взаимопомощи; 2) при неограниченной взаимопомощи; 3) при равномерной взаимопомощи между каналами.
29. Простейшая СМО с неограниченной очередью и со взаимопомощью между каналами. Имеется простейшая п-канальная СМО, на которую поступает поток заявок с интенсивностью X; время обслуживания заявки одним каналом — показательное с параметром Y. Интенсивность потока обслуживании заявки к каналами пропорциональна их числу. Каналы распределяются по заявкам, находящимся в СМО, произвольным образом, но при условии, что если в СМО находится хотя бы одна заявка, все n каналов заняты обслуживанием. Построить граф состояний, найти финальные вероятности со стояний и характеристики эффективности.
30. На вход автоматизированного банка данных (АБД) подается в среднем X = 335 статей/ч. Первая операция по обработке входного потока первичных информационных документов (ПИД) состоит в отборе тех статей, которые должны вводиться в АБД. В отборе участвует 6 чел. (отборщиков); средняя производительность каждого отборщика X = 60 статей/ч. Известно, что в среднем из входного потока отбирается для ввода в АБД 61,3 % ПИД. Все потоки событий — простейшие. Рассматривая систему отбора ПИД для ввода в АБД как шестиканальную (п = 6) СМО с неограниченной очередью, определить ее характеристики эффективности.
31. На вход СМО подается простейший поток заявок с интенсивностью X. Обслуживание состоит из двух последовательных фаз, выполняемых в СМО1 и СМ02 . В СМО1 проводится обслуживание заявки, а в СМ02 контролируется качество проведенного в СМО1 обслуживания. Если в СМ02 не обнаружено недостатков в обслуживании, то заявка считается обслуженной в СМО; если в СМ02 обнаружены недостатки в обслуживании, то заявка возвращается на повторное обслуживание в СМС1. Вероятность того, что заявка, обработанная в CMO1, будет в результате контроля в СМ02 возвращена на повторное обслуживание, равна 1 — р и не зависит от того, сколько раз она была обработана в СМО1. СМО1и СМ02 представляют собой n1- и n2-канальные системы с неограниченной очередью и интенсивностью потоков обслуживании в каждом канале Y1 и Y2 соответственно. Время повторного обслуживания заявки в канале в СМО1 и повторного контроля качества обслуживания заявки в канале в СМ02 распре делено (так же, как и при проведении этих операций впервые) по показательному закону с параметрами Y12и Y22 соответственно. Определить условия существования стационарного режима работы рассмотренной СМО, считая, что потоки заявок, поступающие в СМОх и СМ02, простейшие.